

Minisbírka 1

Dril:

D1 Řešte homogenní soustavu rovnic s maticí

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix},$$

D2 Řešte homogenní soustavu rovnic s maticí

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 0 & -2 & -1 \end{pmatrix},$$

D3 Řešte soustavu rovnic

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0$$

$$x_1 + 5x_2 + x_3 + 2x_4 = 0$$

$$x_1 + 5x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 0$$

D4 Řešte soustavu rovnic

$$z - u + v = 0$$

$$-z + y + t = 0$$

$$-y + z - t + v = 0$$

$$y + t - u = 0$$

$$-x + z + v = 0$$

D5 Řešte nehomogenní soustavu s maticí

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 7 \\ 1 & -3 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{array} \right)$$

D6 Řešte nehomogenní soustavu s maticí

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & -2 & 3 \\ 1 & 3 & -1 & 2 \end{array} \right)$$

D7 Řešte nehomogenní soustavu s maticí

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & -1 & 0 \\ 1 & 5 & 5 & -4 & -4 \\ 1 & -1 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 8 & 7 & -7 & 6 \end{array} \right)$$

D8 Vytvořte tabulku pro sčítání a násobení v tělese \mathbb{Z}_3 .

Cvičení

C1 (3b) Řešte vzhledem k parametru a soustavu s rozšířenou maticí

$$\left(\begin{array}{cccc|c} a & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a & 1 \end{array} \right)$$

C2 (3b) Řešte homogenní soustavu s komplexními parametry a, b .

$$x + 2iy - iz = 0$$

$$ix + ay + (4 + 2i)z = 0$$

$$-ix + 2y + bz = 0$$

C3 (3b) Určete vektor (a, b, c) tak, aby byl násobkem nějakého řešení soustavy rovnic

$$4x - 2y + 2z = a$$

$$2x + 2z = b$$

$$-x + y + z = c$$

C4 (2b) Najděte polynom třetího stupně, jehož graf obsahuje body $(0, 1)$, $(1, -1)$, $(2, 5)$, $3, 37$.

C5 (4b) Vzhledem k parametrům a, b, c najděte obecné řešení soustavy

$$ax + y + z = a$$

$$x + by + z = b$$

$$x + y + cz = c$$

(1)

Teorie:

T1 (3b) Dokažte, že \mathbb{Z}_p je těleso, právě když p je prvočíslo.

Ukázka:

U1 (2b) Dokažte, že pro libovolné prvočíslo p je $T = \{m + \sqrt{pn}|m, n \in \mathbb{Q}\}$ podtěleso \mathbb{R} .

U2 (4b) Nalezněte v \mathbb{H} inverzní prvek k násobení ke kvaternionu $a + ib + jc + kd$.

U3 (2b) Najděte všechna řešení soustavy rovnic nad tělesem \mathbb{Z}_7 :

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 5 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 3 \end{array} \right)$$

U4 (3b) Najděte všechna řešení soustavy rovnic nad tělesem \mathbb{Z}_5 :

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & 4 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 1 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & 3 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 1 & 0 \end{array} \right)$$