Minisbírka 8

Dril:

(1) Najděte bázi $\mathbb{R}^2$ tak, aby báze $f_1(u) = 7x_1 + x_2$, $f_2(u) = 9x_1 - 5x_2$ prostoru $\tilde{\mathbb{R}^2}$ byla k ní duální.

Cvičení:

C1 (3b) Lineární formy f_1, f_2, f_3 mají vzhledem k M analytické vyjádření $f_1(u) = x_1 + x_2 + x_3$,$f_2(u) = x_1 - x_3$,$f_3(u) = x_1+2x_2+3x_3$. Najděte bázi N, vůči níž mají tyto formy analytická vyjádření $f_1(u) = x'_1$, $f_2(u) = x'_1+x'_3$, $f_3(u) = x'_1-x'_2$.

Ukázky:

U1 (3b) Lineární forma má vzhledem ke kanonické bázi $\mathbb{R}^3$ analytické vyjádření $f(u) = x_1-3x_2+4x_3$. Najděte její analytické vyjádření vzhledem k bázi $N = \{(4, 1, 3),\ (3, 1, 0),(0, 1, 1)\}$.

U2 (3b) Lineární formy f_1, f_2, f_3 mají vzhledem k M analytické vyjádření $f_1(u) = x_1 + x_2 + x_3$,$f_2(u) = x_1 - x_3$,$f_3(u) = x_1 - 4x_2 - 3x_3$. Najděte bázi N, vůči níž mají tyto formy analytická vyjádření $f_1(u) = x'_1 + x'_2$, $f_2(u) = x'_2 + x'_3$, $f_3(u) = x'_1 + x'_3$.

U3 (3b) Lineární formy f_1, f_2, f_3 mají vzhledem k bazi M tohoto prostoru souřadnice $\{f_1\}_M = (1, 2, -1, 1)$, $\{f_2\}_M = (2, -1, 1, 2)$, $\{f_3\}_M = (1, -1, 2, 1)$. Najděte průnik $\operatorname{Ker} f_1 \cap \operatorname{Ker} f_2 \cap \operatorname{Ker} f_3$.

U4 (3b) Lineární forma f má vzhledem k bázi prostoru $\tilde{\mathbb{R}^3}$ duální k bázi $\{(0, 0, 1),(0, 1, -1),(1, -1, 1)\}$ souřadnice $(7, 4, -5)$. Určete její analytické vyjádření vzhledem ke kanonické bázi prostoru $\mathbb{R}^3$.

U5 (3b) Najděte duální bazi k bazi $\{(1, 2), (3, 4)\}$ prostoru $\mathbb{R}^2$.

U6 (3b) Buď N nějaká báze V_3. Určete bázi $M \subset V_3$ takovou, aby báze $\{f_1, f_2, f_3\} \subset \tilde{V}_3$ byla k ní duální. Přitom $\{f_1\}_N = (1, 2, 3)$, $\{f_2\}_N = (3, -1, 0)$, $\{f_3\}_N = (-2, 0, -1)$.

U7 (3b) Endomorfizmus φ prostoru $\mathbb{R}^3$ je dán předpisem $\varphi((x_1, x_2, x_3)) =(2x_1-x_2+3x_3,x_1+2x_2-x_3,-x_1+x_2-2x_3)$. Určete matici duálního endomorfizmu $\tilde{\varphi}$ vzhledem k bázi $f_1(u) = 8x_1+6x_2-5x_3$, $f_2(u) = 5x_1+4x_2-3x_3$, $f_3(u) = -x_1-x_2+x_3$.